Eletromagnetismo I — 2014
Quarta lista

Tarefa de Leitura:

- Jackson seções 2.1 a 2.6 .
- Grifitths seção 3.2 e 3.3;
- Feynman volume II capítulos 6, 7 e 8;
- Optativa: Jackson seções 2.8 a 2.11 e 3.1 a 3.3.

Exercícios

Para serem entregues no dia 15 de setembro:

1. Considere a região do espaço definida por $z > 0$. O potencial eletrostático sobre a superfície $z = 0$ é dado por

$$\Phi(x, y, z = 0) = Ae^{-\alpha(x^2+y^2)} ,$$

onde A e α são constantes. Escreva a solução formal para a equação de Laplace na região $z > 0$ utilizando a função de Green do problema. Note que você conhece essa função! Obtenha explicitamente o valor do potencial ao longo do eixo z para $z > 0$.

2. Considere uma caixa metálica na forma de um paralelepípedo cujas paredes estão nos planos $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$, $z = 0$ e $z = c$. Obtenha a solução da equação de Laplace no interior desta caixa para a seguinte condição de contorno:

$$\Phi(x = a, y, z) = V_0 \quad ; \quad \Phi(x, y = b, z) = V_1$$

$$\Phi(x = 0, y, z) = \Phi(x, y = 0, z) = \Phi(x, y, z = 0) = \Phi(x, y, z = c) = 0 ;$$

onde V_0 e V_1 são constantes.

3. uma esfera condutora de raio a é mantida a um potencial V_0. Esta esfera está contida numa casca esférica de raio b ($b > a$) a qual possui uma densidade de carga superficial $\sigma(\theta) = k \cos\theta$, onde k é uma constante e θ é o ângulo polar das coordenadas esféricas. Determine:

(a) O potencial nas regiões $a < r < b$ e $r > b$;

(b) A densidade de carga superficial na superfície da esfera condutora.

Exercícios complementares:

4. Considere um disco de raio R uniformemente carregado.

   (a) Calcule o potencial ao longo do eixo perpendicular ao disco que passa pelo seu centro.

   (b) Obtenha o potencial em todo o espaço. Mostre que as condições de contorno para o campo elétrico estão satisfeitas.

5. Um condutor aterrado localiza-se na região $z \leq 0$. Um dipolo elétrico de intensidade $\mathbf{p} = p\vec{i}$ encontra-se no ponto $d\vec{k}$. Encontre:

   (a) O potencial em todo o espaço;

   (b) O campo elétrico em todo o espaço;

   (c) A distribuição de cargas na superfície do condutor.

6. Um dipolo elétrico de intensidade $\mathbf{p}$ é colocado na presença de um campo elétrico externo $\mathbf{E}_{ext}$. Mostre que

   (a) a força sobre o dipolo é dada por $(\mathbf{p} \cdot \nabla)\mathbf{E}_{ext}$;

   (b) o torque atuando sobre o diplo é $\mathbf{r} \wedge [\mathbf{p} \cdot \nabla]\mathbf{E}_{ext} + \mathbf{p} \wedge \mathbf{E}_{ext}$, onde $\mathbf{r}$ é a posição do dipolo.

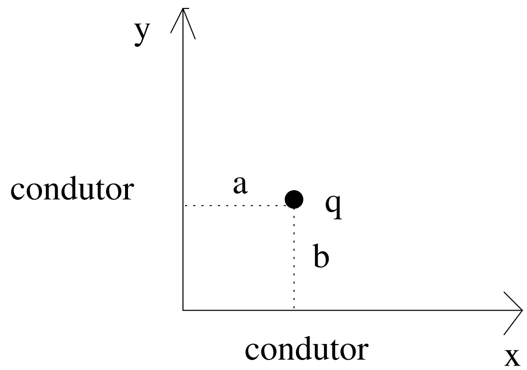
7. Considere um condutor aterrado com duas superfícies planas em $x = 0$ e $y = 0$ como mostra a figura abaixo. Colocamos uma carga elétrica q no ponto $\mathbf{x} = a\mathbf{e}_x + b\mathbf{e}_y$. Determine:

   (a) O potencial e o campo elétrico em todo o espaço;

   (b) A densidade superficial de carga no condutor.

   (c) A força exercida sobre a carga q.

8. Considere uma casca esférica condutora aterrada de raio R. Uma carga q é colocada dentro da casca a uma distância a ($< R$). Determine o campo elétrico dentro da casca.



9. Considere uma esfera condutora de raio R, cuja carga total é Q. Uma carga q é colocada a uma distância $a > R$. Determine

   (a) O potencial e o campo elétrico em todo o espaço;

   (b) A densidade superficial de carga no condutor.

   (c) A força exercida sobre a carga q.

10. Considere uma esfera condutora de raio R, sendo que o potencial elétrico vale V_0 na esfera. Uma carga q é colocada a uma distância $a > R$. Determine

    (a) O potencial e o campo elétrico em todo o espaço;

    (b) A densidade superficial de carga no condutor.

    (c) A força exercida sobre a carga q.

11. Calcule explicitamente a expansão de Taylor da função

$$F(u) = (1 - 2xu + u^2)^{-1/2}$$

até a ordem u^3. Verifique, até esta ordem, que F pode ser escrita na forma

$$F(u) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)\ u^n \quad .$$

12. Considere dois vetores $\mathbf{r}_1$ e $\mathbf{r}_2$. Mostre que

$$\frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \frac{1}{r_>} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r_<}{r_>} \right)^n P_n(\cos\theta) \ ,$$

onde $r_>$ ($r_<$) é o maior (menor) entre $|\mathbf{r}_1|$ e $|\mathbf{r}_2|$ e θ é o ângulo entre $\mathbf{r}_1$ e $\mathbf{r}_2$.