Capítulo 3

Tratamento relativístico de campos elétricos e magnéticos

Conteúdo

3.1 Invariância da carga elétrica 21

3.2 Dois pontos de vista de um problema eletromagnético 23

3.3 Transformações de cargas e correntes 25

3.4 Campo elétrico em diferentes referenciais 26

3.4.1 Campo elétrico de uma carga puntiforme movendo-se com velocidade constante 29

3.5 Como transformam-se os campos? 32

3.1 Invariância da carga elétrica

A relatividade restrita, que estudamos em Física II, foi desenvolvida porque o eletromagnetismo não era invariante por transformações de Galileu. Agora que estudamos os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ (estáticos) e suas fontes, podemos nos perguntar como esses campos se transformam por mudanças de referencial inercial.

Ao apresentarmos a força de Lorentz e definirmos $\vec{B}$, dissemos que a força magnética sobre uma carga é proporcional à sua velocidade. Mas que velocidade é essa? Isso não depende de referencial? Existiria algum referencial privilegiado para essa definição?

Segundo o *Princípio da Relatividade*, um referencial inercial qualquer deve ser equivalente a qualquer outro. Vejamos como nosso conhecimento de relatividade nos permite analisar o que ocorre com forças magnéticas ao mudarmos de referencial. Vamos analisar o que ocorre com uma carga negativa que se desloca com velocidade $\vec{v}$ paralela a um fio conduzindo corrente (estacionária). Tentaremos descrever essa situação num referencial S (Fig.3.1), fixo em relação ao fio, e em S' (Fig.3.2), em que a partícula se encontra em repouso.

Suponha que o condutor seja um fio de cobre, em que os portadores de corrente são elétrons. No referencial S, há uma força magnética sobre a partícula, dirigida para o eixo do fio. Por simplicidade, vamos considerar a velocidade de migração dos elétrons igual à

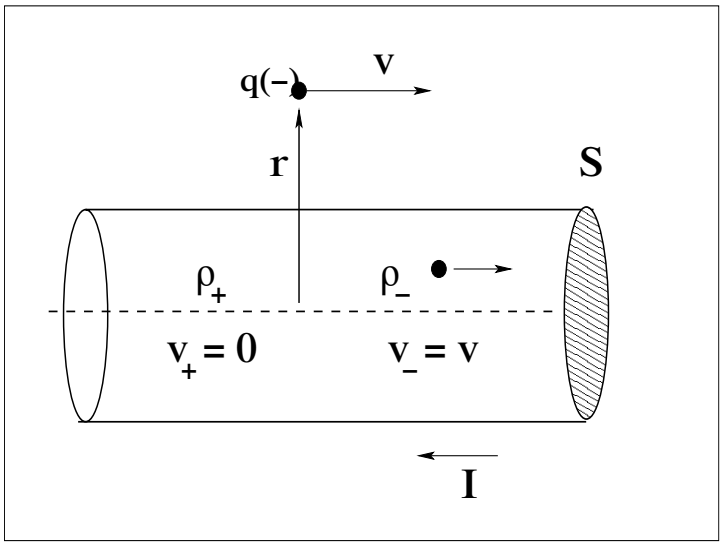

Figura 3.1: Fio carregando corrente e partícula de carga q vistos do referencial S.

velocidade da partícula. Como o fio é neutro, temos que a densidade de cargas positivas (em repouso) é igual à densidade de cargas negativas. O campo elétrico gerado pelo fio é portanto nulo. Logo,

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}\,.$$

Se a distância ao fio é r, $\vec{B}$ na posição da partícula aponta para dentro da página e tem magnitude $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (fio infinito). Assim

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I\, q\, v}{2\pi r}\hat{r};.$$

Lembrando que $\vec{j} = \rho\,\vec{v}$ e considerando um fio se seção reta A constante, podemos escrever

$$\vec{F} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{q\,\rho_-\,A\,v^2}{r}\hat{r};,$$

lembramos que $I = \int \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = jA$.

Vejamos agora o que acontece em S', em que a partícula está em repouso e o fio se move. As cargas positivas em movimento geram um campo magnético $\vec{B}'$ na posição da partícula. No entanto, como a partícula agora está *em repouso*, não existe força magnética. Se há força, ela precisa ser elétrica. Mas para isso o fio precisa parecer *carregado*. Não é difícil entender que a densidade de carga varie de um referencial para outro, pois ela depende do *volume*, que varia entre os dois referenciais.

Antes disso, precisamos saber o que acontece com a *carga*: a carga varia de um referencial a outro? Não: a carga é um escalar invariante. Há vários argumentos para explicar esse resultado (neutralidade de átomos de H e He). Bloco de material condutor neutro

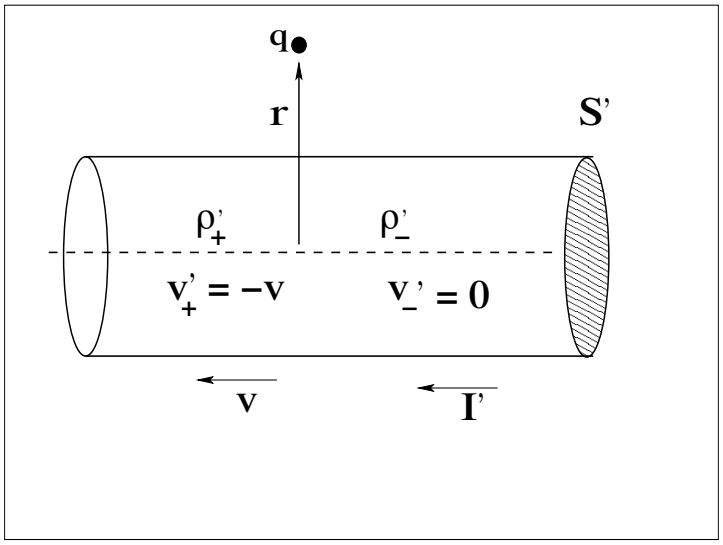

Figura 3.2: Fio carregando corrente e partícula de carga q vistos do referencial S'.

fica carregado ao ser aquecido (prótons e elétrons têm massas muito diferentes logo velocidades diferentes)? Se a carga dependesse de v, o bloco ficaria carregado. Esse efeito não é observado (a não ser que haja emissão termo-iônica).

Se a carga é invariante, a única variação de ρ se deve à variação de volume.

3.2 Dois pontos de vista de um problema eletromagnético

Consideremos um fio de seção A se movendo na direção do eixo. No referencial em que as cargas são estacionárias, um comprimento L_0 de fio contém carga $Q = \rho_0 L_0 A$. A mesma carga no referencial em movimento será dada por $Q = \rho L A$ (A não varia pois a seção é perpendicular ao movimento). A relação entre L e L_0 é dada pela contração de Lorentz (veja Figs. 3.3 e 3.4)

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = L_0\sqrt{1-\beta^2}\,,$$

o que implica que

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,.$$

Esse resultado permite relacionar a densidade de cargas positiva em S, ρ_+, com ρ'_+ em S'

$$\rho'_+ = \frac{\rho_+}{\sqrt{1-\beta^2}}\,.$$

Por outro lado, as cargas negativas estão em repouso em S', logo

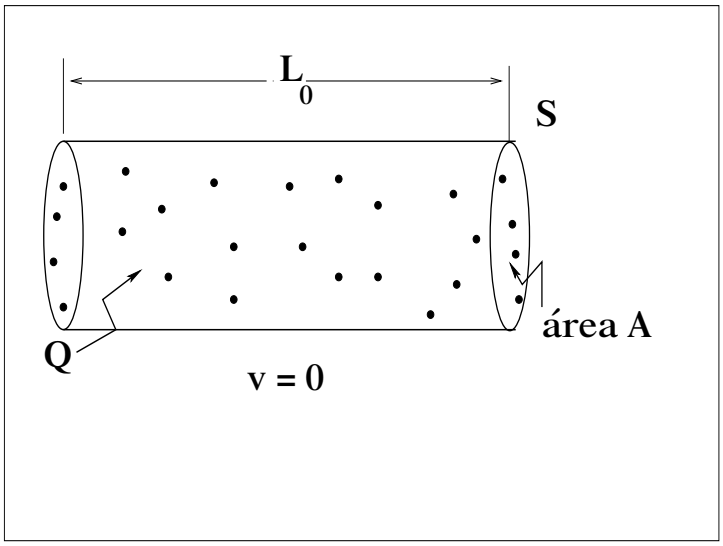

Figura 3.3: Distribuição de partículas carregadas em repouso com densidade de carga ρ_0 no referencial S.

$$\rho'_- = \rho_- \sqrt{1-\beta^2}\,,$$

assim,

$$\rho' = \frac{\rho_+}{\sqrt{1-\beta^2}} + \rho_- \sqrt{1-\beta^2} = \rho_+ \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \sqrt{1-\beta^2}\right]\,,$$

uma vez que $\rho_- = -\rho_+$, pois o fio é neutro em S. Assim temos

$$\rho' = \rho_+ \frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,,$$

ou seja, o fio em S' é carregado positivamente, produzindo campo $\vec{E}'$ na posição da partícula.

$$\vec{E}' = \frac{\rho' A}{2\pi\,\epsilon_0\, r}\hat{r} = \frac{\rho_+ A\,\beta^2}{2\pi\,\epsilon_0\, r\,\sqrt{1-\beta^2}}\,\hat{r}\,.$$

A força sobre a partícula é na direção do fio:

$$\vec{F}' = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\frac{\rho_+ A}{r}\frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\hat{r} \quad (q<0)\,.$$

Mas

$$\vec{F} = -\frac{q\,\mu_0}{2\pi}\frac{\rho_- A v^2}{r}\,\hat{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0}\frac{\rho_+ A}{r}\beta^2\,\hat{r}\,,$$

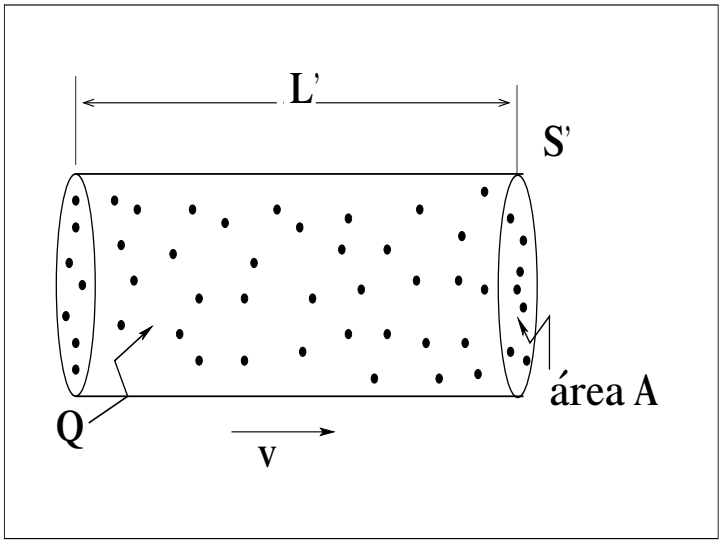

Figura 3.4: Distribuição de partículas carregadas em movimento com densidade de carga $\rho = \rho_0/\sqrt{1-\beta^2}$ no referencial S'.

onde usamos o fato que $c^2 = \dfrac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$, que veremos ao final do semestre. Observe que a força que aparece, tanto em um referencial como no outro, depende de β^2, logo no seu cálculo é imprescindível usar as transformações de Lorentz na mudança de referencial. Deste modo vemos que

$$\vec{F}' = \frac{\vec{F}}{\sqrt{1-\beta^2}} \, ,$$

que é exatamente a transformação da força entre os referenciais, pois $p'_\perp = p_\perp$, $\mathrm{d}t' = \sqrt{1-\beta^2}\mathrm{d}t$. Ou seja,

$$\vec{F}' = \frac{\mathrm{d}\vec{p}'_\perp}{\mathrm{d}t'} = \gamma \frac{\mathrm{d}\vec{p}_\perp}{\mathrm{d}t} = \frac{\vec{F}}{\sqrt{1-\beta^2}} \, .$$

Vimos que obtemos o mesmo resultado físico nos dois referenciais. No referencial em que a partícula está em movimento temos apenas a força magnética, no referencial em que ela está em repouso temos apenas a força elétrica. Percebemos que há uma ligação entre $\vec{E}$ e $\vec{B}$.

3.3 Transformações de cargas e correntes

Nossa dedução foi feita supondo que a carga se movia com a mesma velocidade dos elétrons de condução. Podemos obter uma condição mais geral para a transformação de ρ e $\vec{j}$ se percebermos que eles formam as componentes de um *quadrivetor*.

Em Física II, mencionamos a existência de um invariante dado por

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 \, ,$$

e dissemos que isso podia ser considerado a norma de um quadrivetor de componente (ct, x, y, z) ou $(ct, \vec{x})$. Do mesmo modo, sabemos que

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \,,$$

também é um invariante. Podemos de forma análoga definir um quadrivetor de componente $(E/c, \vec{p})$, lembrando que

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \,, \quad \vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \,,$$

mas, se ρ_0 é a densidade de cargas no referencial de repouso, vimos que, num referencial em que elas se movem com velocidade v,

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \,, \quad \text{e} \quad \vec{j} = \rho\vec{v} = \frac{\rho_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \,.$$

Como ρ e $\vec{j}$ dependem de $\vec{v}$ da mesma forma que E e $\vec{p}$, eles também devem formar um quadrivetor, $(\rho\, c, \vec{j})$. Sabemos, portanto, que eles devem se transformar como t e (x, y, z).

Seja S' um sistema de referência que se move com velocidade $u\hat{x}$ em relação a S, como $t = t' = 0$ para $O' = O = 0$. As transformações de Lorentz entre esse dois sistemas são

$$x' = \gamma(x - ut) \qquad j'_x = \gamma(j_x - u\rho) \tag{3.1}$$
$$y' = y \qquad j'_y = j_y \tag{3.2}$$
$$z' = z \qquad j'_z = j_z \tag{3.3}$$
$$t' = \gamma(t - ux/c^2) \qquad \rho' = \gamma(\rho - uj_x/c^2) \tag{3.4}$$

onde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \,,$$

Essas equações permitem relacionar ρ e $\vec{j}$ com ρ' e $\vec{j}'$. Com as equações de Maxwell, podemos achar $\vec{E}$ e $\vec{B}$ em qualquer referencial. Como ρ e $\vec{j}$ são as fontes de $\vec{B}$ e $\vec{E}$, vemos claramente que esses campos não podem ser de naturezas diferentes. Se tempos apenas $\vec{E}$ em um referencial esperamos encontrar $\vec{E}'$ e $\vec{B}'$ em outro referencial! Se tempos apenas $\vec{B}$ em um referencial esperamos encontrar $\vec{E}'$ e $\vec{B}'$ em outro referencial!

3.4 Campo elétrico em diferentes referenciais

Se a carga é invariante, o campo $\vec{E}$ deve se transformar de modo bem determinado. A lei de Gauss nos dois referenciais dá a carga, que é invariante, logo

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, \mathrm{d}A = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \oint \vec{E}' \cdot \hat{n}'\, \mathrm{d}A' \,.$$

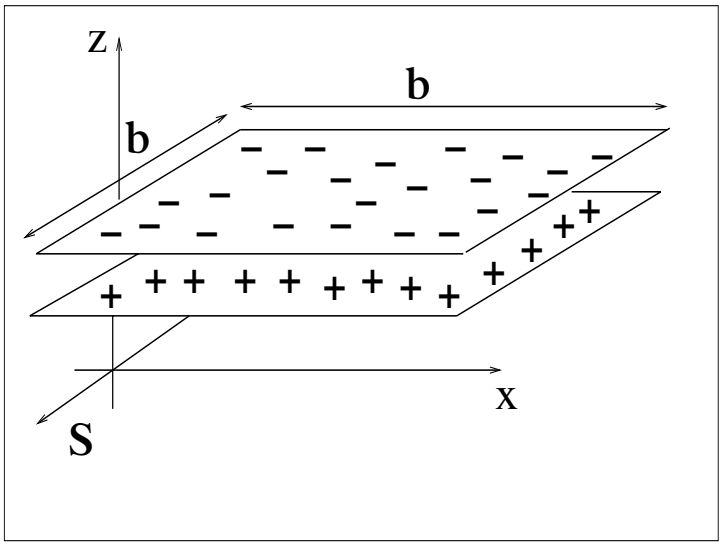

Figura 3.5: Duas placas estacionárias com densidade de cargas uniforme.

Consideremos duas placas planas paralelas infinitas uniformemente carregadas, com densidade superficial σ e $-\sigma$, respectivamente, em respouso em S, veja Figs. 3.5 e 3.6. O campo entre as placas é

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} .$$

Suponha que as placas sejam perpendiculares ao eixo z, logo $\vec{E} = E_z \hat{z}$. Se as placas têm lado b (próximo a infinito, muito maior que a separação) no referencial S', que se move com velocidade $\vec{v} = v\hat{x}$ em relação a S, uma das dimensões agora é $b' = b\sqrt{1-\beta^2}$, onde $\beta = v/c$, veja Fig. 3.7. Portanto $\sigma' > \sigma$:

$$\sigma' = \gamma\sigma .$$

Aplicando a lei de Gauss em S', vemos que (Fig. 3.8)

$$E'_z = \gamma E_z .$$

Suponhamos agora que as placas são perpendiculares ao eixo x de acordo com a Fig. 3.9. Nesse caso só há contração da distância entre as placas. Mas E_x não depende dessa distância e $\sigma' = \sigma \Rightarrow E'_x = E_x$.

Esse foi um arranjo muito particular. E as conclusões que tiramos, são mais gerais? Sim: se $\vec{E}$ num ponto do espaço-tempo deve ter significado físico único, a form como $\vec{E}$ aparece em outros referenciais não pode depender da natureza das fontes. Medidas de $\vec{E}$ na vizinhança de um ponto em qualquer t devem ser suficientes para prever $\vec{E}'$ em outros referenciais. Assim para cargas estacionárias em S em S' as componentes do campo se tranformam como

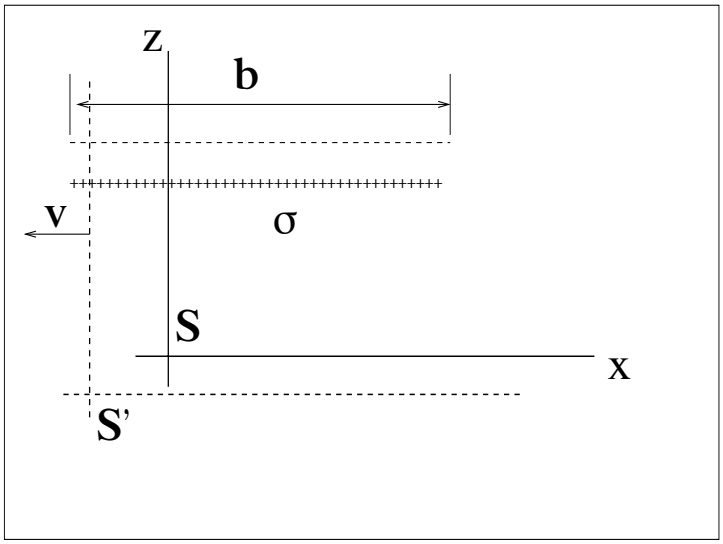

Figura 3.6: Seção transversal do sistema visto no referencial S.

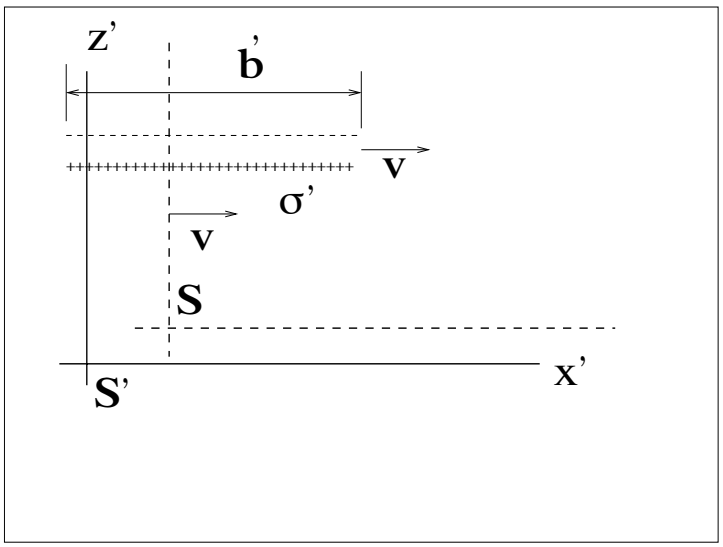

Figura 3.7: Seção transversal do sistema visto no referencial S'. Aqui $b' = b\sqrt{1-\beta^2}$.

$$E'_{||} = E_{||} \tag{3.5}$$
$$E'_{\perp} = \gamma E_{\perp} \, . \tag{3.6}$$

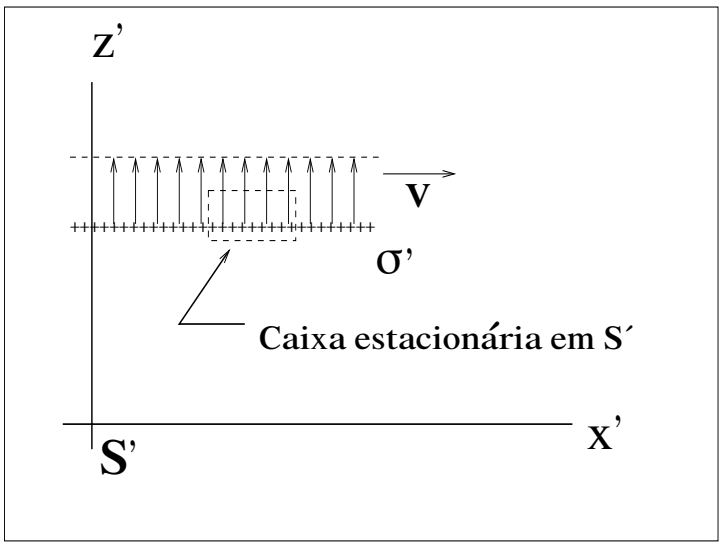

Figura 3.8: Campo entre as placas em S'.

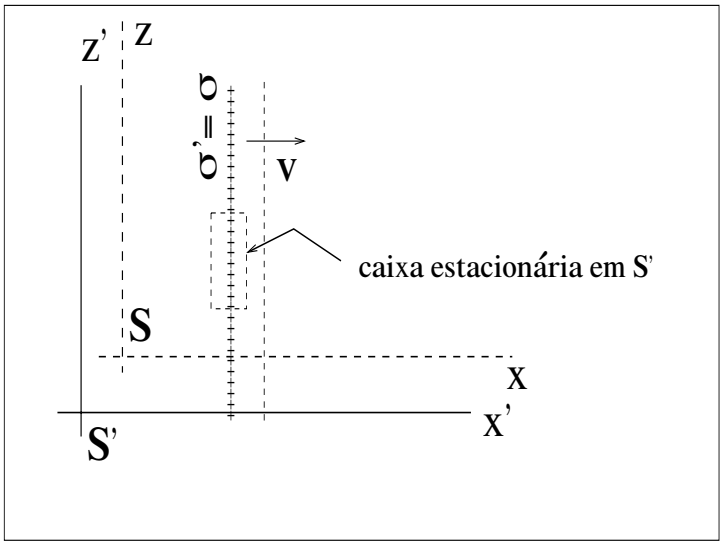

Figura 3.9: Campo elétrico no referencial S, com a velocidade relativa na direção do campo.

3.4.1 Campo elétrico de uma carga puntiforme movendo-se com velocidade constante

Suponha um referencial S, no qual uma carga puntiforme Q permanece em repouso na origem, como mostra a Fig. 3.10. As componentes de $\vec{E}$ no plano xz são:

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{(x^2+z^2)^{3/2}} ,$$

e

$$E_y = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\text{sen}\,\theta = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{z}{(x^2+z^2)^{3/2}} .$$

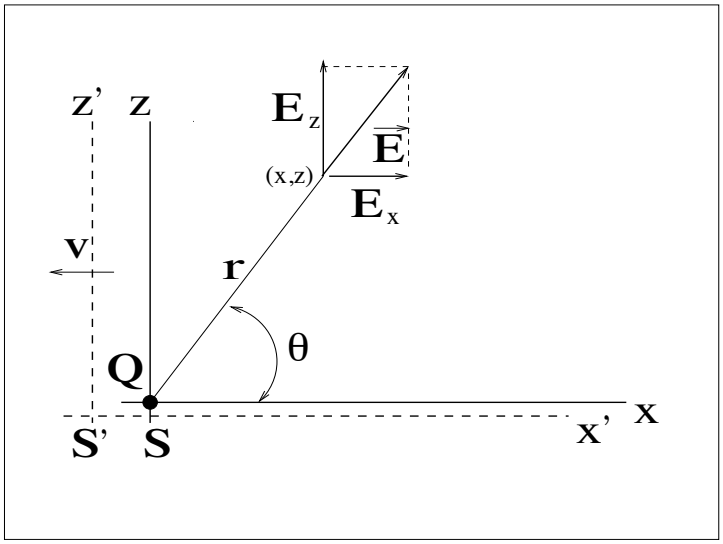

Figura 3.10: Campo elétrico de uma carga puntiforme no referencial S no qual a carga está em repouso.

Suponha agora que haja um referencial S' que se move com velocidade $\vec{v} = -v\hat{x}$ relativamente ao referencial S, segundo a Fig. 3.11. As transformações de Lorentz entre as coordenadas dos referencias S e S' são:

$$x = \gamma(x' - vt') , \quad y = y' , \quad z = z' , \quad t = \gamma(t' - \frac{\beta}{c}x') .$$

onde $\beta = v/c$. Os referenciais S e S' têm origens coincidentes em $t = t' = 0$.

Pelas transformações do campo no instante $t' = 0$ podemos escrever

$$E'_x = E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\gamma\, x'}{((\gamma\, x')^2 + z'^2)^{3/2}} ,$$

$$E'_z = \gamma\, E_z = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\gamma\, z'}{((\gamma\, x')^2 + z'^2)^{3/2}} ,$$

de onde vemos que

$$\frac{E'_x}{E'_z} = \frac{x'}{z'} ,$$

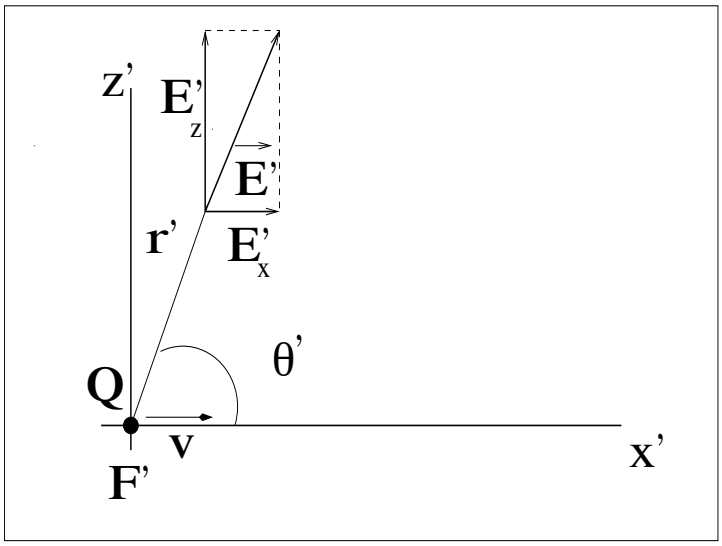

Figura 3.11: Campo elétrico de uma carga puntiforme no referencial S' no qual a carga está em movimento uniforme.

ou seja, o vetor $\vec{E}'$ faz o mesmo ângulo com o eixo x' que $\vec{r}'$, logo $\vec{E}'$ aponta radialmente para fora ao longo da linha que liga o ponto à posição instantânea de Q.

O que significa isso? Transmissão instantânea de informação? Não, a informação era disponível há muito tempo, foi a história do passado da partícula que determinou $\vec{E}$ observado.

Podemos calcular a intensidade de $\vec{E}'$:

$$E'^2 = E'^2_x + E'^2_y = \frac{Q^2\gamma^2}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{(x'^2+z'^2)}{[(\gamma\,x')^2+z'^2]^3} = \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2}\frac{(1-\beta^2)^2}{(x'^2+z'^2)^2\left[1-\dfrac{\beta^2 z'^2}{x'^2+z'^2}\right]^3}\,,$$

e tomando θ' como o ângulo entre $\vec{r}'$ e $\vec{v}$ (Fig.3.11), $z' = r'\mathrm{sen}\,\theta'$, com $r'^2 = x'^2 + z'^2$, podemos finalmente escrever

$$E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r'^2}\frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2\mathrm{sen}\,\theta')^{3/2}}\,.$$

Vemos que o campo elétrico produzido por uma carga em movimento uniforme, num determinado instante, é orientado radialmente da posição instantânea da carga. Sua intensidade é dada por E', onde θ' é o ângulo entre a direção do movimento da carga e o raio vetor que vai da posição instantânea da carga ao ponto de observação. Note que para uma partícula de baixa velocidade, $\beta << 1$,

$$E' \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r'^2}\,,$$

e que para uma partícula altamente relativística $\beta \to 1$, E' torna-se mais intenso nas direções perpendiculares ao movimento.

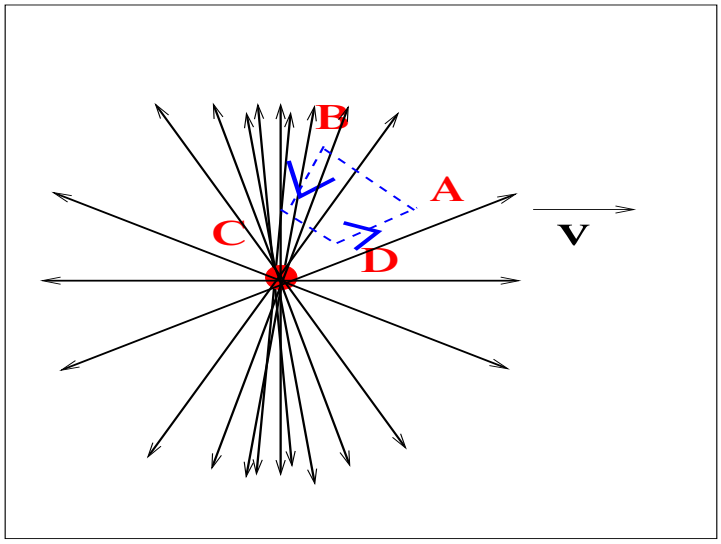

Figura 3.12: Representação das linhas de campo de uma carga em movimento.

O campo assim criado não é esfericamente simétrico! Há uma direção preferida: a direção de movimento de Q. Esse campo não pode ser produzido por nenhuma distribuição estacionária de carga, pois como podemos observar com o auxílio da Fig.3.12,

$$\oint \vec{E}' \cdot \mathrm{d}\vec{l}' \neq 0 \,, \tag{3.7}$$

a circuitação no percurso $ABCD$ não é nula! Os arcos circulares não contribuem para a Eq. (3.7), pois o campo é perpendicular ao percurso nesses trechos, apenas os trechos CB e DA fornecem contribuições não nulas, mas com intensidades diferentes. Esse campo não é um campo eletrostático!

3.5 Como transformam-se os campos?

Uma camada de carga superficial, movendo-se paralelamente a si mesma, constitue uma corrente superficial. Suponha uma superfície infinita com densidade de carga uniforme σ, deslizando com velocidade v. Logo sua densidade superficial de corrente será

$$\mathcal{J} = \sigma\, v \,.$$

Suponha agora uma segunda camada plana infinita de carga superficial com densidade uniforme $-\sigma$, movendo-se paralela a primeira no plano xz, segundo a Fig. 3.13. Usando a lei de Gauss obtemos o campo elétrico entre as placas

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{y} \,.$$

Suponha que as cargas estejam se movendo nosentido de x positivo, $\vec{v}_0 = v_0\,\hat{x}$, assim as densidades superficiais de cada uma será, respectivamente,

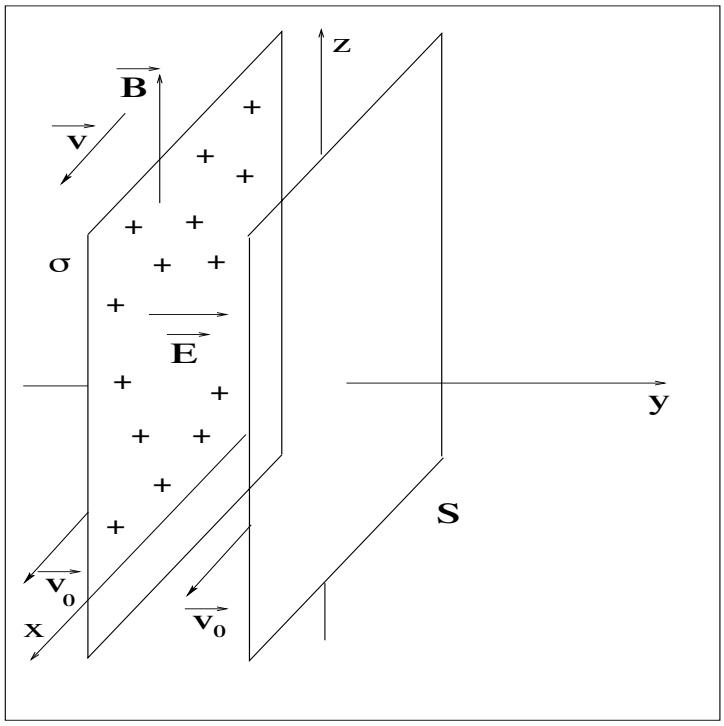

Figura 3.13: Placas carregadas em movimento vistas por um observador em S.

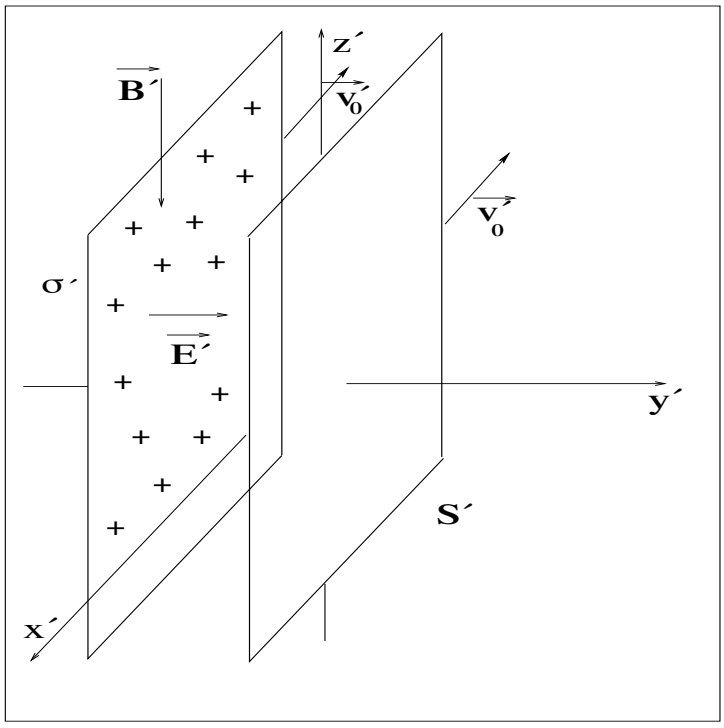

Figura 3.14: Placas carregadas em movimento vistas por um observador em S'.

$$\mathcal{J}_x^+ = \sigma\, v_0 \qquad \text{e} \qquad \mathcal{J}_x^- = -\sigma\, v_0\ ,$$

de forma que podemos imediatamente concluir que as componente A_y e A_z do potencial vetor associado ao campo magnético produzido pelas cargas em movimento são nulas, restando apenas a componente A_x que por simetria só pode ser uma função de y. Assim as componentes do campo magnetico

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = 0 \tag{3.8}$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = 0 \tag{3.9}$$

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = -\frac{\partial A_x}{\partial y} \tag{3.10}$$

Por analogia com

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow V = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} y\ ,$$

e lembrando de fazer a substituição $\sigma/\epsilon_0 \to \mu_0 \mathcal{J}_x$ e identificarmos A_x com V obtemos,

$$A_x = -\mu_0\, \mathcal{J}_x\, y\ ,$$

$$\therefore B_z = \mu_0\, \mathcal{J}_x = \mu_0\, \sigma\, v_0\ ,$$

que é a única componete não nula do campo magnético produzido.

Como o referencial S' move-se em relação a S com velocidade v, $\vec{v} = v\hat{x}$, que campos serão medidos por um observador em S'? Usando as transformações das densidades de cargas e correntes entre dois referenciais inerciais teremos (veja Eqs.3.4):

$$\sigma' = \gamma\left(\sigma - \frac{\beta}{c}\sigma v_0\right) = \gamma\sigma\left(1 - \frac{v}{c}\frac{v_0}{c}\right) \tag{3.11}$$

$$\mathcal{J}'_x = \gamma\,(\sigma v_0 - v\sigma) = \gamma\sigma\,(v_0 - v) \tag{3.12}$$

$$\mathcal{J}'_y = \mathcal{J}_y = 0 \tag{3.13}$$

$$\mathcal{J}'_z = \mathcal{J}_z = 0 \tag{3.14}$$

Como as leis da física devem ser as mesmas em qualquer referencial inercial, então

$$E'_y = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \gamma\left[\frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{v}{c}\frac{v_0}{c}\right] = \gamma\left[E_y - \frac{\mu_0\epsilon_0}{\epsilon_0}\sigma v_0 v\right] = \gamma\left[E_y - \mu_0\sigma v_0 v\right] = \gamma\left[E_y - v B_z\right]\ ,$$

onde usamos que $c^2 \equiv 1/(\mu_0\epsilon_0)$, e

$$B'_z = \mu_0 \mathcal{J}'_x = \mu_0 \gamma \sigma (v_0 - v) = \gamma(\mu_0 \sigma v_0 - \mu_0 \sigma v) = \gamma \left(B_z - \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} v \right) = \gamma \left(B_z - E_y \frac{v}{c^2} \right) \ ,$$

$$\therefore E'_y = \gamma(E_y - c\beta B_z) \qquad B'_z = \gamma(B_z - \frac{\beta}{c} E_y) \ .$$

Caso os planos tivessem sido orientados paralelamente ao plano xz, teríamos obtido relações entre E'_z e E_z e B_y, e entre B'_y e E_z e B_y. Essas relações seriam análogas as expressões acima, com uma pequena mudança de sinal (verifique!) resultante das regras do sentido do $\vec{B}$.

Resta então saber como variam as componentes dos campos no sentido do movimento. Já vimos que $E'_x = E'_x$. Para discutirmos o que acontece com a componente longitudinal de $\vec{B}$, B_x, vamos imaginar que essa componente seja produzida por um solenóide ao redor do eixo x. No referencial S

$$B_x = \mu_0 \, n \, I \ ,$$

onde I é a corrente estacionária do solenóide e n é o número de espiras por unidade de comprimento.

Em S' o solenóide sofre contração de Lorentz de forma que o número de espiras por unidade de comprimento $n' > n$. Mas I' será reduzida pois do ponto de vista de um observador em repouso em S', um observador em S estaria usando um relógio mais vagaroso. Logo a dilatação do tempo e a contração do comprimento se compensam de forma que

$$B'_x = B_x \ .$$

As propriedades de transformação dos campos são propriedades locais. Os valores de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ num ponto qualquer do espaço-tempo em um dado referencial, devem determinar, sem nenhuma ambigüidade, as componentes dos campos observados em qualquer outro referencial no mesmo ponto do espaço-tempo. O fato de termos usado um tipo particular de fontes não compromete a generalidade do resultado que obtivemos.

Assim podemos concluir que as componentes dos campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ se transformam entre S e S' como

$$E'_x = \quad E_x \qquad E'_y = \gamma(E_y - \beta B_z) \qquad E'_z = \gamma(E_z + \beta B_y) \tag{3.15}$$

$$B'_x = \quad B_x \qquad B'_y = \gamma(B_y + \beta E_z) \qquad B'_z = \gamma(B_z - \beta E_y) \tag{3.16}$$

Vemos que $\vec{E}$ e $\vec{B}$ se relacionam de forma extremamente simétrica. De fato são componentes de um único "ente", o campo eletromagnético, que associa a cada ponto do espaço-tempo seis números, $E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$, e que como vocês verão mais tarde pode ser representado como um tensor de ordem dois.

Imagine que no referencial S, $\vec{B} = 0$. Nesse caso

$$E'_x = E_x \qquad E'_y = \gamma E_y \qquad E'_z = \gamma E_z B'_x = 0 \qquad B'_y = \gamma\beta E_z \qquad B'_z = -\gamma\beta E_y$$

de forma que

$$B'_x = 0\,, \quad B'_y = \beta E'_z\,, \quad B'_z = -\beta E'_y\,,$$

ou seja

$$\vec{B}' = \left(\frac{\vec{v}'}{c} \times \vec{E}'\right)$$

se $\vec{B} \equiv 0$ em todos os pontos de algum sistema de referência, com $\vec{v}' = -v\hat{x}$. Note que v' é a velocidade relativa ao sistema linha do sistema particular em que $\vec{B}$ é nulo. Vimos um exemplo desse caso quando estudamos uma carga puntiforme no seu referencial de repouso, onde $\vec{B} \equiv 0$, e em um outro referencial onde ela apararece com velocidade constante.

Da mesma forma se no referencial S, $\vec{E} = 0$. Então

$$\vec{E}' = -\left(\frac{\vec{v}'}{c} \times \vec{B}'\right)$$

se $\vec{E} \equiv 0$ em todos os pontos de algum sistema de referência, com $\vec{v}' = -v\hat{x}$. Note que v' é a velocidade relativa ao sistema linha do sistema particular em que $\vec{E}$ é nulo. Já vimos um exemplo desse caso também, quando estudamos um fio neutro infinito conduzindo corrente estacionária no seu referencial de repouso, onde $\vec{E} \equiv 0$, e em um outro referencial onde ele apararece com velocidade constante.

Freqüentemente não há referencial algum no qual $\vec{B} \equiv 0$ ou $\vec{E} \equiv 0$ em todos os pontos.